

Méthodes mathématiques pour la physique

11/03/2016

durée du contrôle: 2h

1. Soient

$$A = (1, 0, 0), \quad B = (0, 1, 0), \quad C = (0, 0, 1), \quad D = (-1, -1, -1), \quad E = (2, 3, 3).$$

Trouver le point d'intersection de la droite du segment DE avec le plan du triangle ABC et calculer l'angle entre DE et le vecteur normal à ce plan.

2. Soient γ_1 et γ_2 deux courbes paramétrées dans \mathbb{R}^2 de la forme

$$\gamma_1 : \begin{cases} x(t) = 2 \cos \frac{\pi\sqrt{t}}{3}, \\ y(t) = 2 \sin \frac{\pi\sqrt{t}}{3}, \\ t \in [\frac{1}{4}, \frac{25}{4}]. \end{cases} \quad \gamma_2 : \begin{cases} x(t) = -2 \cos t, \\ y(t) = 2 - 2 \sin t, \\ t \in [\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]. \end{cases}$$

- Tracer les deux courbes dans le plan xy en indiquant leurs points d'intersection.

Notons D le domaine délimité par γ_1 et γ_2 .

- Réécrire l'intégrale double $\iint_D f(x, y) dx dy$ comme une intégrale itérée (1 forme en coordonnées cartésiennes et 2 formes en coordonnées polaires).
- Calculez cette intégrale double dans le cas $f(x, y) = 1$ et vérifiez votre réponse géométriquement.

3. Soit $\Pi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un plan défini paramétriquement par les équations

$$\Pi : \begin{cases} x(u, v) = 2u - v + 3, \\ y(u, v) = 2u + 3v + 7, \\ z(u, v) = u - v + 1. \end{cases}$$

- Donner un exemple d'un vecteur normal et d'un vecteur tangent à Π .
- Donner un exemple d'une droite paramétrée appartenant à Π .
- L'origine $O = (0, 0, 0)$ appartient-il à Π ? Si oui, argumentez votre réponse; si non, calculez la distance entre Π et O .